

CALCULATRICES AUTORISEES EN MODE EXAMEN

I] *Vrai ou faux ?*

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse (Justifier la réponse) :

1°) Si une suite est strictement décroissante alors ses termes seront négatifs au bout d'un certain rang.

2°) u est définie par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

La suite u est décroissante.

II] D'après une étude réalisée par la sécurité routière, 40 % des accidents mortels de la route sont provoqués par des conducteurs ayant absorbé de l'alcool avant de prendre le volant.

Un humoriste en déduit qu'il y a plus d'accidents mortels provoqués par des personnes sobres que par des personnes ayant absorbé de l'alcool et qu'il vaut mieux boire avant de conduire !

Mais bien sûr ce raisonnement comporte une erreur.

D'abord quelques chiffres : il y a 15 millions de véhicules qui circulent par an, et 120 mille accidents, 6,25 % des accidents sont mortels et 3 % des conducteurs ont absorbés de l'alcool.

On considère 10 000 véhicules (et conducteurs).

1°) Sur ces 10 000 véhicules,

- Montrer que le nombre d'accidents est 80.
- Calculer le nombre d'accidents mortels.
- Calculer le nombre de conducteurs ayant absorbé de l'alcool.

2°) En prenant la donnée « 40 % des accidents mortels sont dus à l'alcool », calculer le nombre d'accidents provoqués par les conducteurs ayant bu.

- 3°) a) Montrer que le taux d'accidents mortels parmi les conducteurs sobres est environ égal à 0,03 %.
- Calculer le taux d'accidents mortels chez les conducteurs qui ont bu.
 - Le raisonnement de l'humoriste est-il correct ?(Justifier)

III] Dans une entreprise, les coûts de fabrication de q objets sont donnés, en euros, par :

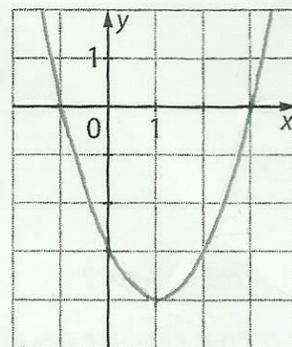
$$C(q) = 0,1q^2 + 10q + 1500.$$

1°) Déterminer q pour que les coûts de fabrication soient égaux à 1 610 €.

2°) L'entreprise vend chaque objet fabriqué 87 €

- Quel est le bénéfice de l'entreprise lorsqu'elle fabrique et vend 50 objets ?
- Exprimer le bénéfice $B(q)$ en fonction de la quantité q d'objets fabriqués et vendus.
- Pour quelles valeurs de q le bénéfice est-il nul ?

IV] On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} et dont la représentation est donnée ci-contre.



- 1°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
(Justifier à l'aide du graphique)
- 2°) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$.
(Justifier à l'aide du graphique)
- 3°) A quel intervalle appartient $f(x)$ lorsque x appartient à $[0;3]$?
(Ne pas justifier)

V] Un éditeur établit ses prix pour l'année chaque 1^{er} janvier.

Dans tout l'exercice nous nous intéresserons à deux collections publiées par l'éditeur : la collection A et la collection B.

Dans chaque collection, tous les livres sont vendus au même prix unitaire.

I – Etude de la collection A

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de 3 € au 1^{er} janvier de chaque année.

On désigne par P_0 le prix unitaire des livres le 1^{er} janvier 2009.

Pour tout nombre entier naturel n , on désigne par P_n le prix unitaire des livres le 1^{er} janvier de l'année $(2009 + n)$.

Par exemple, P_3 est le prix unitaire le 1^{er} janvier 2012.

- 1°) a) Pour tout nombre entier naturel n , exprimer P_{n+1} en fonction de P_n .
b) Exprimer P_n en fonction de n et de P_0 .
- 2°) Le 1^{er} janvier 2009 le prix unitaire était 19 €.
 - a) Quel sera le prix unitaire le 1^{er} janvier 2021 ?
 - b) A quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à 90 € ?

II – Etude de la collection B

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de 3% au 1^{er} janvier de chaque année.

On désigne par R_0 le prix unitaire des livres le 1^{er} janvier 2009.

Pour tout nombre entier naturel n , on désigne par R_n le prix unitaire des livres le 1^{er} janvier de l'année $(2009 + n)$.

Par exemple, R_3 est le prix unitaire le 1^{er} janvier 2012.

- 1°) a) Pour tout nombre entier naturel n , exprimer R_{n+1} en fonction de R_n .
Exprimer R_n en fonction de n et de R_0 .
- 2°) Le 1^{er} janvier 2009 le prix unitaire était 19 €.
 - a) Quel sera le prix unitaire le 1^{er} janvier 2021 ? (on donnera la valeur arrondie de ce prix à 1 € près).
 - b) A quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à 90 € ?

VI] Pierre opère un placement dans sa banque sur un livret.

La banque rémunère ce livret au taux de 4 % annuel tous les 1^{er} janvier.

Pierre verse sur ce livret 200 €, chaque 2 janvier à partir du 02/01/2012.

A) 1°) Montrer que le montant obtenu au 2 janvier 2013 est 408 €.

2°) Calculer la somme au 2 janvier 2014.

3°) On note u_0 le montant initial du compte (donc $u_0 = 200$) et u_n le montant au 2 janvier de l'année $(2012 + n)$, n étant un entier naturel.

Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

B) On définit une nouvelle suite v en posant, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 5\,000$.

1°) Calculer les trois premiers termes de la suite v .

2°) Démontrer que la suite v est géométrique.

3°) a) Exprimer v_n en fonction de n .

b) En déduire que $u_n = 5\,200 \times (1,04)^n - 5\,000$.

4°) Combien d'années Pierre devra-t-il attendre pour disposer d'au moins 3 000 euros sur ce livret ?

Barème sur 60 points :

I sur 6 points	II sur 14 points	III sur 9,5 points
IV sur 5 points	V sur 14 points	VI sur 11,5 points