

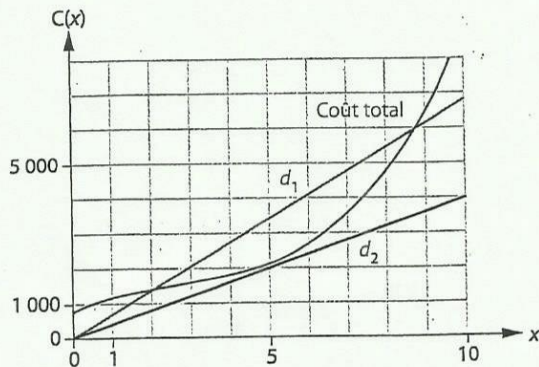
EXERCICE 1

Une entreprise produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en bandes de 1 mètre de large pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.

Le coût total de production en euros de cette entreprise est donné en fonction de x par la formule :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750.$$

La courbe de la fonction C est représentée en bleu sur le graphique ci-dessous.

**A. Étude du coût total**

- Déterminer le montant des coûts fixes (ceux pour lesquels la quantité produite est nulle).
- Déterminer graphiquement le montant du coût total lorsque l'entreprise produit 5 km de tissu.
- Déterminer graphiquement le nombre de kilomètre de tissu produit lorsque le coût total s'élève à 4 000 €.
- Justifier que la fonction C est croissante sur $[0; 10]$. Traduire cette propriété par une phrase simple tenant compte du contexte.

B. Étude du bénéfice

Si le cours du marché offre un prix p en euros pour un kilomètre de ce tissu, alors la recette de l'entreprise pour la vente d'une quantité x est égal à $R(x) = px$.

- Deux droites d_1 et d_2 sont tracées ci-avant et correspondent aux cas $p = 400$ et $p = 680$.
 - Laquelle de ces droites correspond au cas $p = 400$?
 - Expliquer, au vu de ce tracé, pourquoi l'entreprise ne peut pas réaliser de bénéfice si $p = 400$.
 - Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement pour quelles quantités produites et vendues l'entreprise réalise un bénéfice si le prix p du marché est 680 €.
- On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par $B(x) = 680x - C(x)$.
 - Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0; 10]$.
 - Étudier les variations de la fonction B sur $[0; 10]$.
 - En déduire pour quelle quantité produite et vendue l'entreprise réalise un bénéfice maximum. Donner la valeur de ce bénéfice.

EXERCICE 2

Le président d'un club de tennis décide d'organiser une tombola. Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus. L'un des billets permet de gagner un lot d'une valeur de 620 €, neuf billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 70 €, cinquante billets sont remboursés, et les autres sont perdants. Les billets sont vendus 5 € l'un. On appelle X la variable aléatoire associant à chaque billet la somme d'argent gagnée (comptée positivement) ou perdue (comptée négativement) par son détenteur.

- Donner les différentes valeurs prises par X .
- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat.

C. Étude du coût moyen

Le coût moyen de production C_M pour une production x , est le quotient du coût total par la quantité :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

Il mesure le coût par unité produite.

- Démontrer que, pour $x \in]0; 10[$,

$$C'_M(x) = \frac{(x-5)(30x^2 + 30x + 150)}{x^2}.$$

- Justifier que le signe de $C'_M(x)$ sur $]0; 10[$ est le même que celui de $(x-5)$.
- En déduire les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]0; 10[$.
- Pour quelle quantité de tissu produite le coût moyen est-il minimum ? Que valent dans ce cas le coût moyen et le coût total ?
- Vérifier la propriété suivante : le coût moyen est minimum lorsqu'il est égal au coût marginal.