

**EXERCICE N°1 ( 6 points)**

1) Résoudre l'équation suivante :

$$-\frac{1}{x} + \frac{2}{x+3} = 2$$

2) Résoudre l'inéquation suivante :

$$(2-x)(x^2+3x-4) < 0$$

**EXERCICE N°2 ( 10 points)**

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

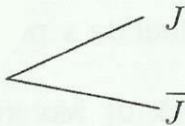
Une urne contient des billes de couleur, indiscernables au toucher.

4 billes jaunes, 2 billes rouges, 5 billes bleues. = 11

On tire successivement et avec remise 3 billes de l'urne.

Soit X la variable aléatoire associée au nombre de billes jaunes.

1. Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Compléter cet arbre pondéré illustrant cette expérience.



3. Dresser la loi de probabilité de X dans un tableau.
4. Donner la probabilité qu'il obtienne au plus 2 billes jaunes.
5. Calculer l'espérance mathématique.

**EXERCICE N°3 (12 points)**Soit f la fonction définie sur  $[-5; 0[ \cup ]0; 4]$  par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{4}{x^2}$$

et Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unités 1 cm.

1. Vérifier que  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$
2. Etudier le sens de variation de f sur son ensemble de définition et donner son tableau de variations.
3. Equations des tangentes à Cf aux points abscisses -2 ; 1 et 4
4. Construire dans l'annexe fournit avec le DST et le plus précisément possible la courbe représentative de f, ainsi que les trois tangentes (**ne pas oublier de rendre l'annexe**).

#### EXERCICE N°4 (12 points)

Une entreprise fabrique et commercialise un produit. Sa capacité de production, sur un mois, lui permet de réaliser entre 0 et 13 tonnes de ce produit. On désigne par  $x$  le nombre de tonnes de produit fabriqué par l'entreprise en un mois.

Le coût de production, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x$$

Cette entreprise vend l'intégralité de ce qu'elle produit au prix de 36,75 milliers d'euros la tonne. La recette, pour  $x$  tonnes produites, est notée  $R(x)$ , exprimée en milliers d'euros.

On donne **en annexe la représentation graphique** de la fonction  $C$  sur l'intervalle  $[0;13]$ .

**Unités graphiques** : 1 cm pour 1 tonne en abscisse et 2 cm pour 100 milliers d'euros en ordonnée.

#### Partie A :

- 1) Calculer la recette, en milliers d'euros, pour une production de 3 tonnes puis de 10 tonnes.
- 2) Donner l'expression de  $R(x)$  en fonction de  $x$  et représenter la fonction  $R$  dans le repère donné en annexe (en vert). **Il faut rendre cette annexe avec la copie.**
- 3) Dans cette question, les tracés nécessaires aux déterminations graphiques devront figurer sur le schéma.
  - a) Déterminer graphiquement l'intervalle auquel doit appartenir  $x$  pour que l'entreprise réalise un bénéfice.
  - b) Déterminer graphiquement un intervalle de longueur 1 dans lequel se situe la valeur de  $x$  permettant d'obtenir un bénéfice maximum.

#### Partie B :

Dans cette partie, on se propose de déterminer plus précisément cette valeur de  $x$  permettant d'obtenir un bénéfice maximum.

- 1) On désigne par  $B(x)$  le bénéfice réalisé pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5;10]$ . Montrer que
$$B(x) = -x^3 + 15x^2 - 38,25x.$$
- 2) Calculer  $B'(x)$  où  $B'$  désigne la dérivée de la fonction  $B$ .
- 4) Préciser le signe de  $B'(x)$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[5;10]$  et dresser le tableau de variations de la fonction  $B$  sur cet intervalle.
- 5) Quelle est la valeur de  $x$  qui assure un bénéfice maximum ? Quelle est alors la valeur de ce maximum en milliers d'euros ?
- 5) On note CM le coût moyen de production défini par  $CM(x) = \frac{C(x)}{x}$ 
  - a) Pour  $x \in [0;13]$ , donner l'expression du  $CM(x)$
  - b) Etudier le sens de variations de la fonction  $CM(x)$  sur l'intervalle  $[0;13]$ .
  - c) En déduire le coût moyen minimal.