EXERCICE N°1 (6 points)

1) Résoudre l'équation suivante :

$$-\frac{1}{x}+\frac{2}{x+3}=2$$

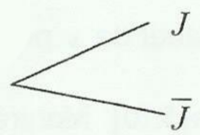
2) Résoudre l'inéquation suivante :

$$(2-x)(x^2+3x-4)<0$$

EXERCICE N°2 (10 points)

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
Une urne contient des billes de couleur, indiscernables au toucher.
4 billes jaunes, 2 billes rouges, 5 billes bleues.
On tire successivement et avec remise 3 billes de l'urne.
Soit X la variable aléatoire associée au nombre de billes jaunes.

1. Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Compléter cet arbre pondéré illustrant cette expérience.



3. Dresser la loi de probabilité de X dans un tableau.
4. Donner la probabilité qu'il obtienne au plus 2 billes jaunes.
5. Calculer l'espérance mathématique.

EXERCICE N°3 (12 points)

Soit f la fonction définie sur $[-5;0[\cup]0;4]$ par :

$$f(x)=x+1+\frac{4}{x^2}$$

et Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unités 1 cm.

1. Vérifier que $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$
2. Etudier le sens de variation de f sur son ensemble de définition et donner son tableau de variations.
3. Equations des tangentes à Cf aux points abscisses -2 ; 1 et 4
4. Construire dans l'annexe fournit avec le DST et le plus précisément possible la courbe représentative de f, ainsi que les trois tangentes **(ne pas oublier de rendre l'annexe).**

EXERCICE N°4 (12 points)

Une entreprise fabrique et commercialise un produit. Sa capacité de production, sur un mois, lui permet de réaliser entre 0 et 13 tonnes de ce produit. On désigne par x le nombre de tonnes de produit fabriqué par l'entreprise en un mois.
Le coût de production, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x$$

Cette entreprise vend l'intégralité de ce qu'elle produit au prix de 36,75 milliers d'euros la tonne.
La recette, pour x tonnes produites, est notée $R(x)$, exprimée en milliers d'euros.

On donne **en annexe la représentation graphique** de la fonction C sur l'intervalle $[0;13]$.

Unités graphiques : 1 cm pour 1 tonne en abscisse et 2 cm pour 100 milliers d'euros en ordonnée.

Partie A :

1) Calculer la recette, en milliers d'euros, pour une production de 3 tonnes puis de 10 tonnes.
2) Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x et représenter la fonction R dans le repère donné en annexe(en vert)**. Il faut rendre cette annexe avec la copie.**
3) Dans cette question, les tracés nécessaires aux déterminations graphiques devront figurer sur le schéma.
   a) Déterminer graphiquement l'intervalle auquel doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice.
   b) Déterminer graphiquement un intervalle de longueur 1 dans lequel se situe la valeur de x permettant d'obtenir un bénéfice maximum.

Partie B :

Dans cette partie, on se propose de déterminer plus précisément cette valeur de x permettant d'obtenir un bénéfice maximum.

1) On désigne par $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x appartenant à l'intervalle $[5;10]$. Montrer que $B(x) = -x^3 + 15x^2 - 38,25x$.

2) Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.

4) Préciser le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[5;10]$ et dresser le tableau de variations de la fonction B sur cet intervalle.

5) Quelle est la valeur de x qui assure un bénéfice maximum ? Quelle est alors la valeur de ce maximum en milliers d'euros ?

6) On note CM le coût moyen de production définit par $\text{CM}(x) = \dfrac{C(x)}{x}$

   a)Pour $x \in [0;13]$, donner l'expression du $\text{CM}(x)$

   b) Etudier le sens de variations de la fonction $\text{CM}(x)$ sur l'intervalle $[0;13]$.

   c) En déduire le coût moyen minimal.