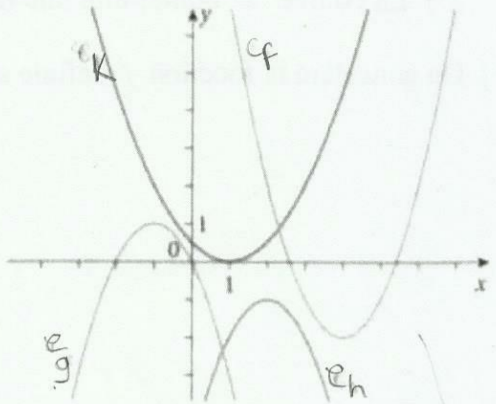
CALCULATRICES AUTORISEES

I] Par lecture graphique, compléter le tableau <u>sur la feuille annexe</u>, relatif aux fonctions polynômes de second degré f, g, h et k, représentées ci-contre. (Les coordonnées des points qui sont demandées sont entières. Ne pas justifier)



II] Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=(x-3)^2-(3x-2)^2$.

1°) a) Déterminer la forme développée de $f(x)$.

b) Déterminer une forme factorisée de $f(x)$, sans utiliser la question a.

c) On admettra que $f(x)=-8x^2+6x+5$.
Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

2°) Répondre aux questions suivantes en choisissant la forme de $f(x)$ qui parait la plus adéquate pour répondre (On indiquera cette forme) :

a) Calculer les images par f de 0 et (-1).

b) Trouver l'extremum de f sur IR .

c) Résoudre l'équation $f(x)=0$.

d) Résoudre l'équation $f(x)=5$.

e) Résoudre l'équation $f(x)>0$.

f) Sans calculer la dérivée de f, dresser son tableau de variations.

III] Voici la répartition du nombre de buts par match lors de la Coupe du monde de football 2010. (Pour justifier vos calculs, remplir le tableau <u>sur la feuille annexe</u> au fur et à mesure des questions).

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	7
Nombre de matchs	7	17	13	14	7	5	1

1°) a) Calculer la médiane et les quartiles de la série.

b) Représenter la série par un diagramme en boîte.

2°) Calculer le nombre moyen de buts par match m ainsi que l'écart-type σ. Arrondir au centième.

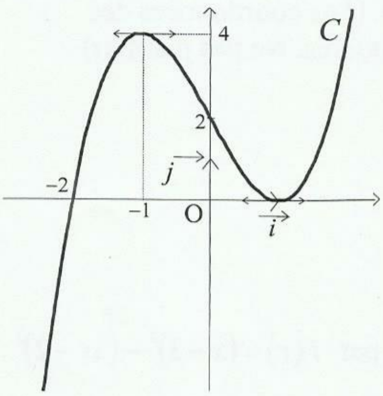
IV] Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x^2 - 4x + 1$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1°) **A l'aide du taux d'accroissement,** calculer le nombre dérivé de f en *a*.

2°) Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet en un point A de coordonnées $(a; f(a))$ une tangente de coefficient directeur 2.
Indiquer les coordonnées de A et donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ en A.

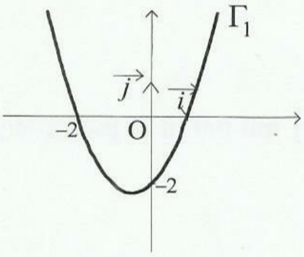
3°) La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?

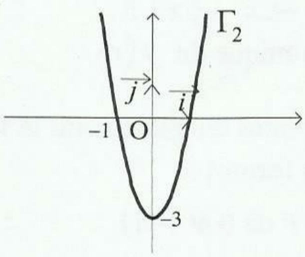
V] On considère la fonction f définie sur IR dont la courbe représentative C est ci-dessous :

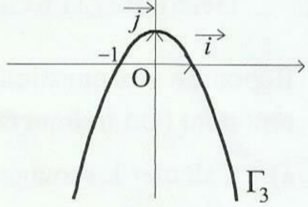


1°) Indiquer les variations de f sans donner son tableau de variations.

2°) L'une des trois courbes suivantes est la représentation de sa dérivée f'. Laquelle ? Justifier.







3°) Résoudre graphiquement dans IR (Justifier).

a) $f(x) = 0$.

b) $f'(x) = 0$.

c) $f'(x) > 0$.

VI] Soit f la fonction définie sur IR $- \{-5\}$ par $f(x) = \dfrac{2x+6}{x+5}$.

1°) Calculer $f'(x)$.

2°) Etudier les variations de f.

3°) Dresser le tableau de variations de f .

4°) Etablir une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse −6.

VII] Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 4x - 5$.

Déterminer deux fonctions F_1 et F_2 ayant pour dérivée la fonction f. (Ne pas justifier)

VIII] La suite u est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

Calculer u_0 et r sachant que :

$$u_2 + u_3 + u_4 = 15 \text{ et } u_6 = 20 .$$

IX] Agnès, qui a déjà 3 000 € d'économies, ajoute 1 000 € à ses économies et place le total sur un livret d'épargne qui rapporte 3,5 % d'intérêts par an (intérêts composés).

On note u_0 le capital placé ($u_0 = 4\,000$), u_1 le capital acquis au bout d'un an, et plus généralement u_n le capital acquis au bout de n années.

1°) a) Calculer u_1.

b) Montrer que $u_2 = 4\,284{,}90$

2°) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite u.

3°) Exprimer le terme général u_n en fonction de n.

4°) Quel sera le capital obtenu au bout de 6 ans ? (On arrondira le résultat au centime).

X] Bénédicte choisit de placer 1 000 € sur un compte épargne dont le taux mensuel est de 0,25 % (intérêts composés) et choisit d'y ajouter à la fin de chaque mois la somme de 50 €. Les intérêts acquis sont capitalisés à la fin de chaque mois.

On note v_0 le capital placé ($v_0 = 1\,000$), v_1 le capital acquis au bout d'un mois, et plus généralement v_n le capital acquis au bout de n mois.

1°) a) Calculer v_1 et v_2 (on arrondira le résultat au centime).

b) Vérifier que $v_3 \approx 1157{,}89$.

2°) Pour tout entier naturel n, exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3°) On considère la suite w définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n + 20\,000$.

a) Démontrer que la suite w est une suite géométrique de raison 1,0025.
Exprimer w_n en fonction de n.
En déduire v_n en fonction de n.

b) Calculer le capital acquis par Bénédicte au bout de 6 ans.
(On arrondira le résultat au centime).

Barème sur 60 points :

I sur 4 points	II sur 10 points	III sur 11 points	
IV sur 7 points	V sur 5,5 points	VI sur 5 points	
VII sur 2 points	VIII sur 3 points	IX sur 4,5 points	X sur 8 points

Tableau de l'exercice I à compléter :

	Coordonnées du sommet de la parabole	Signe de a lorsque le polynôme est écrit sous la forme ax^2+bx+c	Signe du discriminant du polynôme
$\mathscr{C}_f$			
$\mathscr{C}_g$			
$\mathscr{C}_h$			
$\mathscr{C}_k$			

Tableau de l'exercice III à compléter :

Nombre de buts x_i	Effectifs n_i			
0	7			
1	17			
2	13			
3	14			
4	7			
5	5			
7	1			
TOTAL				