La calculatrice graphique est autorisée. Bonne recherche.

Exercice 1 (5 points)

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires :

- Une coloration naturelle à base de plantes qu'il appelle « couleur-soin »,
- Des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu'il appelle « effet coup de soleil ».

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :

- 40% des clientes demandent une « couleur-soin ».
- Parmi celles qui n'en veulent pas, 30% des clientes demandent un « effet coup de soleil ».
- De plus, 24% des clientes demandent les deux à la fois.

On considère une des clientes du salon de coiffure.
On note C l'événement : « La cliente souhaite une « couleur-soin ». ».
On note M l'événement : « La cliente souhaite un « effet coup de soleil ». ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant en pourcentages :

	C	$\overline{C}$	Total
M			
$\overline{M}$			
Total			100

2. Donner la probabilité que la cliente ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».

3. Vérifier que la probabilité de l'événement M est égale à 0,42.

4. Une « couleur-soin » coûte 35 euros et un « effet coup de soleil » coûte 40 euros à la cliente.
   Soit G la variable aléatoire égale au chiffre d'affaires lié à ces deux soins, en euros, du coloriste.
   a) Dresser la loi de probabilité de la variable G.
   b) Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le nombre obtenu.
   c) *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Combien le coloriste doit-il facturer la réalisation d'un « effet coup de soleil » sans modifier le prix de la « couleur-soin » pour que l'espérance de gain par client augmente de 15% ?

Exercice 2 (2,5 points)

On lance 3 pièces bien équilibrées valant respectivement 1€, 2€ et 2€.
On veut étudier la variable aléatoire X qui totalise le montant en euros des pièces tombées sur Pile.

1. Représenter l'expérience par un arbre pondéré.
2. Quelles sont les différentes valeurs possibles pour X ?
   Donner la loi de probabilité de X.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un résultat supérieur ou égal à 3 € ?

Exercice 3 (6 points)

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.
10% des jetons sont bleus et il y a quatre fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.

Un joueur tire un jeton au hasard. On note :

- A l'événement « le jeton tiré est bleu ».
- B l'événement « le jeton tiré est blanc ».
- C l'événement « le jeton tiré est rouge ».

1. Calculer la probabilité $P(A)$. Puis justifier que $P(B) = 0{,}4$ et $P(C) = 0{,}5$.

2. Lorsque le jeton obtenu est rouge, le joueur gagne une somme x comprise entre 0€ et 2€.
   Lorsque le jeton est blanc, le joueur perd le carré de cette somme.
   Lorsque le jeton est bleu, il gagne le cube de cette somme.
   On note G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

a) Cas particulier : on suppose que $x = 2$
Déterminer la loi de probabilité de G.
Calculer l'espérance de G et interpréter ce résultat.

b) Cas général : nous cherchons à déterminer s'il existe une valeur de x appartenant à $[0; 2]$ telle que l'espérance mathématique de G soit maximale.

- Déterminer la loi de probabilité de G en fonction de x.

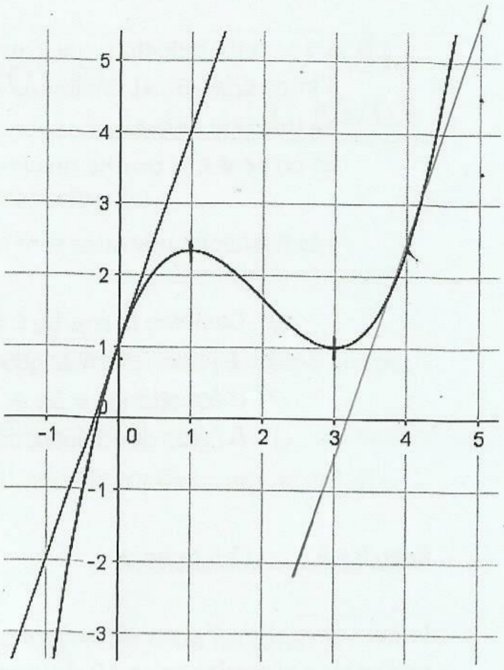
- Montrer que le problème revient à déterminer si la fonction f définie sur $[0; 2]$ par $f(x) = 0.1x^3 - 0.4x^2 + 0{,}5x$ possède un maximum.

- On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 2]$.
  Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation sur $[0; 2]$.
  Répondre au problème posé.

<u>Exercice 4 (3 points)</u>

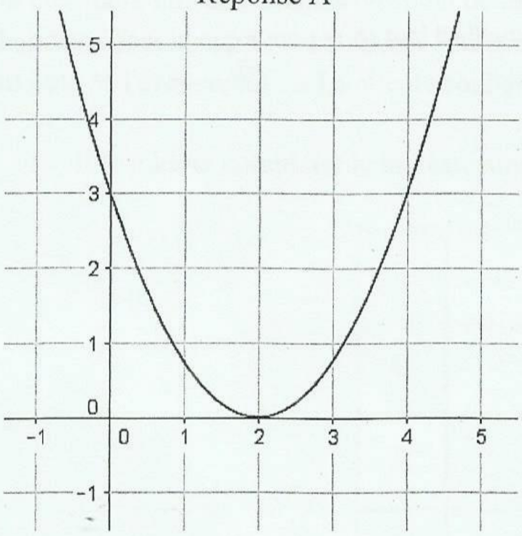
<u>Les questions 1 et 2 sont indépendantes.</u>

1. On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa tangente au point d'abscisse 0.

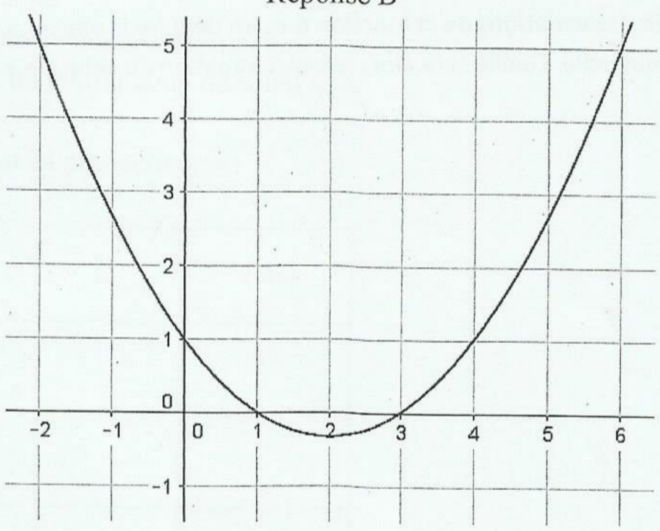


   a) Lire graphiquement $f'(0)$.
   b) Déterminer, parmi les courbes ci-dessous, la courbe susceptible de représenter la fonction dérivée f'. Justifier avec soin la réponse apportée.

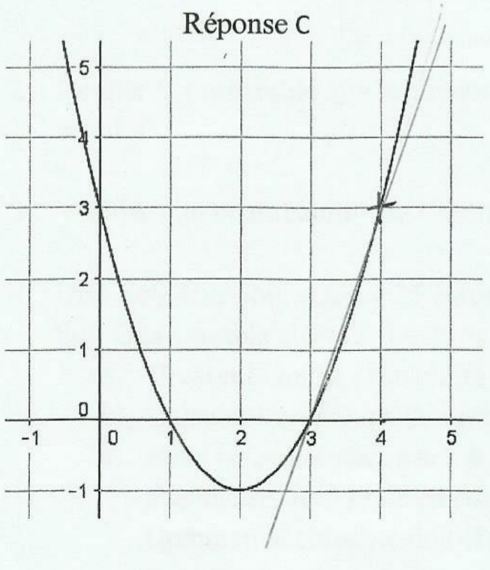
Réponse A



Réponse B



Réponse C



2. Dans cette question, soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [-6 ; 4]. On donne ci-contre le tableau de variation de sa fonction dérivée f'.
Et on note C la courbe représentant la fonction f.

x	-6		-2		1		4
f'	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

Les questions suivantes sont indépendantes.

a) Combien la courbe C admet-elle de tangente(s) parallèle(s) à l'axe des abscisses ? Justifier.
b) Peut-on affirmer que la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 4 est parallèle à la droite (d) d'équation $y = 3x + 1$? Justifier.
c) A l'aide du tableau, déterminer les variations de la fonction f.

Exercice 5 (3,5 points)

La consommation C d'un véhicule (en litres pour 100 kilomètres) peut s'exprimer en fonction de sa vitesse v, pour une vitesse comprise entre 10 km/h et 130 km/h, par l'expression :

$$C(v) = 0{,}06v + \frac{150}{v}$$

Etudier les variations de la fonction C et en déduire la vitesse à laquelle il faut rouler pour que la consommation soit minimale. Quelle sera alors la consommation du véhicule ?