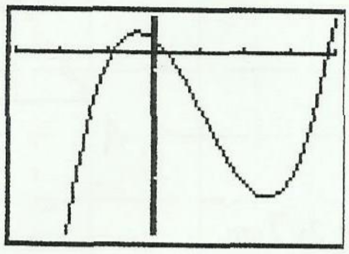
# D.S. de Mathématiques *( VARIATION, GEOMETRIE )*

## EXERCICE 1 ( 2.5 points )

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^3 - 13x^2 - 10x + 4$.

1. Trouver une fenêtre telle que la représentation de $f$ apparaisse comme dans l'écran ci-contre.



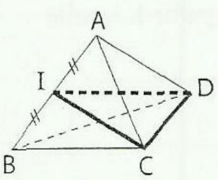
Notez ici votre fenêtre choisie :
$X_{MIN} =$ ; $X_{MAX} =$ ; $Y_{MIN} =$ ; $Y_{MAX} =$

2. Conjecturer les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
3. Proposer une autre manière avec la calculatrice pour retrouver les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

## EXERCICE 2 ( 2 points) QCM

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Entourer la réponse choisie directement sur le sujet sans justifier.

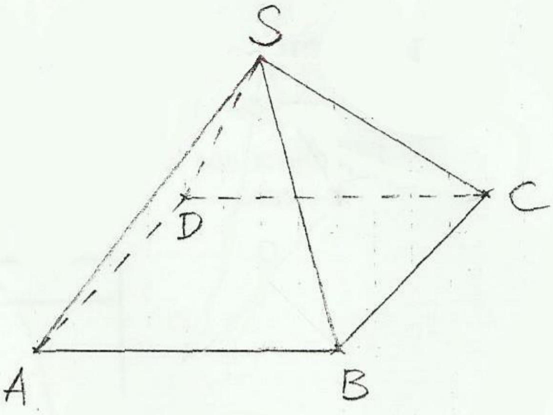
Une bonne réponse vaut 0.5 point, une mauvaise enlève 0.25 point , sans réponse 0 point.

| Propositions | a | b | c |
|---|---|---|---|
| Dans l'espace, deux droites strictement parallèles sont des droites | qui ne se coupent pas | non coplanaires | coplanaires et sans point commun |
| $d$ est une droite parallèle à un plan $P$. alors | $d$ est parallèle à une seule droite de $P$. | $d$ est parallèle a une infinité de droites de $P$ mais pas à toutes | $d$ est parallèle à toutes les droites de $P$. |
| Si les droites $d$ et $d'$ sont parallèles et si les droites $d'$ et $d''$ sont sécantes, alors | $d$ et $d''$ sont sécantes | $d$ et $d''$ sont coplanaires | $d$ est parallèle au plan qui contient $d'$ et $d''$ |
| $ABCD$ est un tétraèdre régulier. $I$ est le milieu de $[AB]$. Le triangle $ICD$ est   | rectangle en $C$ | isocèle en $I$ | équilatéral |

## EXERCICE 3 ( 6.5 points )

$SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux de côté $4\,cm$.

On note par $O$ le centre de la base $ABCD$, par $I$ et $J$ les milieux respectifs des côtés $[CD]$et $[AB]$.




1. Placer les points $O, I$ et $J$ sur la figure ci-contre.
2. Faire un patron de cette pyramide.
3. a) Calculer $AC$.
   b) En déduire la nature du triangle $SAC$.
4. a) Montrer que la hauteur de la pyramide est $2\sqrt{2}\,cm$.
   b) Calculer le volume de cette pyramide.
5. Déterminer et dessiner sur la figure l'intersection des plans $(SIJ)$ et $(SBC)$. Justifier.

## EXERCICE 4 ( 9 points )

On considère la fonction $f$ définie sur $[-2; 8]$ par $f(x) = 16 - (x-3)^2$.

1. a) Factoriser $f(x)$.
   b) Montrer que, pour tout $x$ de $[-2; 8]$, $16 - (x-3)^2 = -x^2 + 6x + 7$.
2. a) Calculer l'image de $\frac{5}{2}$ par la fonction $f$.
   b) Calculer le(s) antécédent(s) de 16 par $f$.
3. a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $\frac{5}{2}$ | $3$ | $\frac{7}{2}$ | $4$ | $5$ | $6$ | $7$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | $\frac{63}{4}$ | | $12$ | $7$ | | $-9$ |

   b) Tracer la courbe $(C)$ représentative de la fonction $f$ sur la feuille annexe.
   c) Donner le tableau de variation de $f$ sur $[-2; 8]$.
   d) A l'aide du sens de variation de la fonction $f$, comparer, lorsque cela est possible,

$\star)$ $f(0,9)$ et $f(1,4)$ ; $\star)$ $f(2,7)$ et $f(3,2)$ .

4. a) Déterminer graphiquement le maximum de $f$ sur $[-2; 8]$ et la valeur pour laquelle il est atteint.
   b) Compléter : si $1 \leqslant x \leqslant 4$ , alors ...... $\leqslant f(x) \leqslant$ ......
5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ graphiquement, puis par calcul.
6. a) Tracer sur le graphique la droite $(\Delta)$ qui a pour équation $y = x + 7$.
   b) Déterminer, par calcul, les coordonnées des points d'intersection de $(\Delta)$ et $(C)$.
   c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant x + 7$.

**Exercice n°4 :**