

Durée : 2 heure

Toute calculatrice autorisée

- Exercice 1 - (4 points)

ABC est un triangle.

1. Soit le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
2. On choisit le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - a. Quelles sont les coordonnées de B, C et D dans ce repère ?
 - b. Démontrez que les points B, C, D sont alignés.

- Exercice 2 - (4 points)

ABC est un triangle.

Soient les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

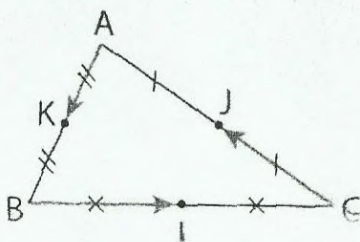
On choisit le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1. Quelles sont les coordonnées de M et N dans ce repère ?
2. Calculez les coordonnées de \overrightarrow{MN} , puis démontrez que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

- Exercice 3 - (4 points)

ABC est un triangle. I, J, K sont les milieux respectifs de [BC], [CA], [AB]. Est-il vrai que :

$$\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{CK} ?$$



– Exercice 4 – (4 points)

Les nombres a et b sont positifs.

L'énoncé « $a < b$ équivaut à $a^2 < b^2$ »

signifie que :

$a < b$ implique $a^2 < b^2$ et, réciproquement, que $a^2 < b^2$ implique $a < b$.

Cette équivalence peut aussi se formuler :

« $a < b$ si, et seulement si, $a^2 < b^2$ ». On note « $a < b$ » \Leftrightarrow « $a^2 < b^2$ »,

Ceci traduit :

« $a < b$ » \Rightarrow « $a^2 < b^2$ » et « $a^2 < b^2$ » \Rightarrow « $a < b$ ».

1. Les propositions P1 et P2 suivantes sont-elles équivalentes ?

a. a et b sont deux nombres réels.

P1 : $a < b$

P2 : $a^2 < b^2$

b. a et b sont deux nombres négatifs.

P1 : $a < b$

P2 : $a^2 > b^2$

c. a et b sont deux nombres réels.

P1 : $a^2 = b^2$

P2 : $a = b$ ou $a = -b$

2. Lors de la résolution d'une inéquation dans \mathbb{R} , voici une phrase trouvée dans une copie :

« $x^2 < 1$ équivaut à $x < 1$ »,

Est-ce exact ? Justifiez en examinant chacune des implications.

– Exercice 5 – (4 points)

Quelle est la valeur de la somme :

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2\,015$?

Coup de pouce :

On dispose d'un carré de côté 1 cm.

On augmente le côté de 1 cm. De combien augmente l'aire du carré ?

On recommence à partir du nouveau carré. De combien augmente son aire ?

On continue ainsi le processus ...