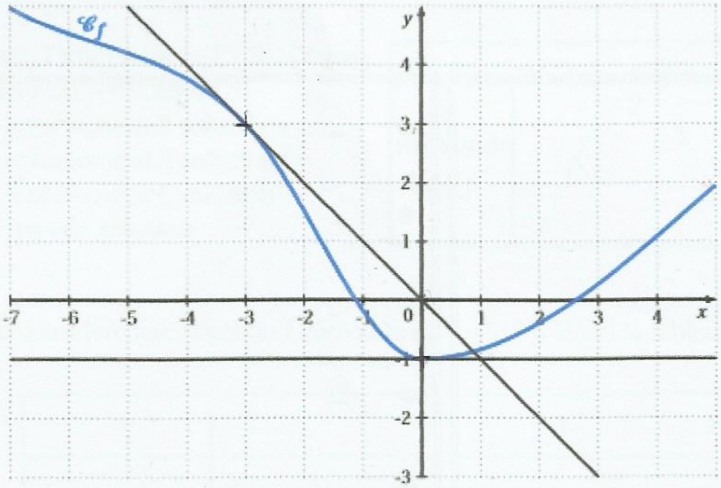
<u>Exercice 1</u> *(4points)* *Répondre sur votre copie*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



a. $f'(0) = -1$ **b.** $f'(-1) = 0$ **c.** $f'(-3) = -1$ **d.** $f'(-3) = 3$

2. On considère l'équation d'inconnue x :

$$(3x+1)e^{5x} = 0.$$

Cette équation admet sur $\mathbb{R}$:

a. 0 solution **b.** 1 solution **c.** 2 solutions **d.** plus de 3 solutions

3. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 400$ et de raison $\frac{1}{2}$.
La somme $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ est égale à :

a. $2 \times (1 - 0{,}5^{10})$ **b.** $2 \times (1 - 0{,}5^{11})$

c. $800 \times (1 - 0{,}5^{10})$ **d.** $800 \times (1 - 0.5^{11})$

4. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Variables :    n est un nombre entier naturel
               U est un nombre réel
Traitement :   Affecter à n la valeur 0
               Affecter à U la valeur 50
               Tant que U < 120 faire
                   U prend la valeur 1,2 × U
                   n prend la valeur n + 1
               Fin Tant que
Sortie :       Afficher n
```

En fin d'exécution, cet algorithme affiche la valeur :

a. 4 **b.** 124,416 **c.** 5 **d.** 96

5.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\,;\,3]$:

Dans l'intervalle $[-1\,;\,3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet :

a. exactement 3 solutions

b. exactement 2 solutions

c. exactement 1 solution

d. pas de solution

x	-1		1		2		3
variations de f	-2	↗	2	↘	-1	↗	$-0,5$

6. On considère une fonction f dérivable sur $[-5; 3]$. Voici le tableau de variation.

x	-5		-1		1		3
Variation de f'	$-0,5$	↘	-3	↗	0	↗	4

La fonction f est :

a. croissante sur $[-5\,;\,3]$

b. décroissante sur $[-5\,;\,1]$

c. décroissante sur $[-5\,;\,3]$

d. croissante sur $[-1\,;\,3]$

7.

On a constaté que, sur 10 ans, le prix d'une certaine denrée a augmenté de 8 % par an.

On peut affirmer que, sur 10 ans, le prix de cette denrée a augmenté, à l'unité près, de :

a. 80 % **b.** 116 % **c.** 216 % **d.** 43 %

8. On considère la fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^{1-x}$

a. $g'(x) = -e^{1-x}$ **b.** $g'(x) = e^{-1}$ **c.** $g'(x) = (1-x)e^{1-x}$ **d.** $g'(x) = e^{1-x}$

Exercice 2 *(4 points)*

1. Résoudre les équations ou inéquations dans $\mathbb{R}$

   a. $(e^x)^2 = \frac{e^x}{e}$ b. $e^{2x} - e^{x+1} \geq 0$ c. $27 \times 3^x = 3^{2-x}$

   d. $(e^x + 1)^2 = 1$

2. Montrer que, pour tout nombre réel x : $\frac{e^x - 1}{1+e^x} = -1 + \frac{2e^x}{1+e^x}$

Exercice 3 Pondichéry avril 2015 *(7 points)*

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.

Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	C est un nombre réel
Traitement :	Affecter à C la valeur 300
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $C < 400$ faire
	C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Test $C < 400$		vrai		...
Valeur de C	300	326		...
Valeur de n	0	1		...

b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1. Par lecture graphique, déterminer :
   a. $f'(-3)$;
   b. $f(0)$ et $f'(0)$.
2. La fonction f est définie sur $[-4\,;\,3]$ par

$$f(x) = a + (x+b)\mathrm{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels que l'on va déterminer dans cette partie.

   a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $[-4\,;\,3]$.
   b. À l'aide des questions 1. b. et 2. a., montrer que les nombres a et b vérifient le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a+b & = & 2 \\ 1-b & = & -3 \end{array}\right.$$

   c. Déterminer alors les valeurs des nombres a et b.

PARTIE B

On admet que la fonction f est définie sur $[-4\,;\,3]$ par

$$f(x) = -2 + (x+4)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que, pour tout réel x de $[-4\,;\,3]$, $f'(x) = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ et en déduire le tableau de variation de f sur $[-4\,;\,3]$.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-3\,;\,3]$, puis donner une valeur approchée de α à 0,01 près par défaut.