

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par

$$f(x) = x + 1 + e^{-x+0,5}$$

On a représenté en annexe, dans un plan muni d'un repère orthonormé :

- la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f ;
- la droite Δ d'équation $y = 1,5x$.

1. (a) Vérifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 5]$, on a $f'(x) = 1 - e^{-x+0,5}$ où f' désigne la fonction dérivée de f .
 - (b) Résoudre dans l'intervalle $[0; 5]$ l'équation $f'(x) = 0$.
 - (c) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
 - (d) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
 2. On note α l'abscisse du point d'intersection de \mathcal{C} et Δ .
 - (a) Donner, par lecture graphique, un encadrement de α à 0,5 près.
 - (b) Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[0; 5]$ l'inéquation $f(x) < 1,5x$.
3. Déterminer la position de \mathcal{C} par rapport à (d) : $y = x + 2$

Partie B Application

Une entreprise fabrique des cartes à puces électroniques à l'aide d'une machine.

La fonction f , définie dans la partie A, représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.

1. (a) Dédire de la partie A, le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine.
- (b) Chaque carte fabriquée par la machine est vendue 1,50 €. La recette perçue pour la vente de x centaines de cartes vaut donc $1,5x$ centaines d'euros. Vérifier que le bénéfice obtenu, en centaines d'euros, par la vente de x centaines de cartes est donné par $B(x) = 0,5x - 1 - e^{-x+0,5}$.
2. (a) Montrer que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[0; 5]$.
- (b) Montrer que, sur l'intervalle $[0; 5]$, l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution comprise entre 2,32 et 2,33.
3. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice lorsque $B(x) > 0$. Indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice.

annexe

